

1章 方程式・式と証明

Readiness check レディネスチェック

教 p.6 問 1

※ 計算ミスをしてはいけないように丁寧に展開しよう

1 次の式を展開せよ。

- | | |
|----------------------|----------------------|
| (1) $(4x+1)^2$ | (2) $(3x-2y)^2$ |
| (3) $(x+2y)(x-2y)$ | (4) $(x+3)(x-5)$ |
| (5) $(x-3)(x-4)$ | (6) $(3x+4)(2x-1)$ |
| (7) $(3x+2y)(4x-7y)$ | (8) $(5x-3y)(3x-4y)$ |

2 次の式を展開せよ。

工夫すると楽だよ、展開はどんな解法でもOK.

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| (1) $(a+b+5)(a+b-3)$ | (2) $(3x+y+z)(3x+y-z)$ |
| (3) $(2a+3b-5)(2a+b-5)$ | (4) $(2x-y+3z)(2x+y-3z)$ |
| (5) $(a+b-2c)^2$ | (6) $(2x-3y-z)^2$ |

* $(A+B+C)^2 = A^2+B^2+C^2+2AB+2BC+2CA$ を使えば楽

教 p.6 問 2

3 次の式を因数分解せよ。

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| (1) x^2+6x+9 | (2) $x^2-8xy+16y^2$ |
| (3) $9x^2-49y^2$ | (4) x^2-x-20 |
| (5) $x^2+7xy+10y^2$ | (6) $21x^2-26x+8$ |
| (7) $4x^2-16xy+15y^2$ | (8) $8x^2-22xy-21y^2$ |

4 次の式を因数分解せよ。* 因数分解の鉄則 ① 共通項でくくろ ② 次数の低いもので整理する

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| (1) $b(a-3)+a-3$ | (2) $x(2y-5)-2(5-2y)$ |
| (3) $2(2x+y)^2-7(2x+y)+3$ | (4) $3(x-y)^2-x+y-4$ |
| (5) $2x+xy+y^2-3y-10$ | (6) $x^2+2xy+6y-9$ |
| (7) $x^2+5xy+6y^2-x-5y-6$ | (8) $2x^2+3xy-2y^2-5x-5y+3$ |

$$= x^2 + (5y-1)x + (6y^2-5y-6)$$

教 p.7 問 3

5 次の式を計算せよ。

- | | |
|--|---|
| (1) $\sqrt{7} \times \sqrt{4} \times \sqrt{28}$ | (2) $\frac{\sqrt{56}}{\sqrt{7}}$ |
| (3) $\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{80}$ | (4) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$ |
| (5) $(2\sqrt{6} + \sqrt{2})(2\sqrt{6} - \sqrt{2})$ | (6) $(3\sqrt{3} - \sqrt{2})(4\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$ |

教 p.7 問 4

6 次の式の分母を有理化せよ。

- | | |
|---|--|
| (1) $\frac{6}{\sqrt{27}}$ | (2) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$ |
| (3) $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$ | (4) $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ |
| (5) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ | (6) $\frac{\sqrt{7}+2\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ |

7 $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, $y = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ のとき、次の式の値を求めよ。

- | | | |
|-----------|----------|---------------|
| (1) $x+y$ | (2) xy | (3) x^2+y^2 |
|-----------|----------|---------------|

8 解の公式を利用して、次の2次方程式を解け。

- | | |
|-------------------|-------------------|
| (1) $2x^2-5x-1=0$ | (2) $x^2-4x+1=0$ |
| (3) $3x^2+4x-2=0$ | (4) $2x^2-3x-3=0$ |

9 次の2次方程式の実数解の個数を求めよ。

- | | |
|-------------------|---------------------|
| (1) $x^2+3x-3=0$ | (2) $-16x^2-8x-1=0$ |
| (3) $2x^2+3x-1=0$ | (4) $-5x^2+6x-2=0$ |

解の公式 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) のとき、
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

実数解の個数
 $\rightarrow ax^2+bx+c=0$ の
 判別式 $D=b^2-4ac$ を
 調べる!
 ① $D > 0$... 2個
 ② $D = 0$... 1個
 ③ $D < 0$... 0個

Training

トレーニング

10 次の式を展開せよ。

- (1)* $(x-5)^3$
- (2) $(3x+1)^3$
- (3) $(x-2y)^3$
- (4)* $(4x+3y)^3$
- (5) $(6x-5y)^3$
- (6) $(-5a+3b)^3$

11 次の式を展開せよ。

- (1) $(x+2)(x^2-2x+4)$
- (2)* $(3x-2)(9x^2+6x+4)$
- (3) $(2x+6)(4x^2-12x+36)$
- (4)* $(5x+3y)(25x^2-15xy+9y^2)$
- (5) $(4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2)$
- (6) $(2a-7b)(4a^2+14ab+49b^2)$

12 次の式を因数分解せよ。

- (1)* x^3-64
- (2) x^3+27
- (3) $64x^3+216$
- (4) $8x^3-y^3$
- (5)* $27x^3+125y^3$
- (6) $16a^3-128b^3$

13 次の式を因数分解せよ。

- (1)* a^6-64
- (2)* x^6+7x^3-8
- (3) $x^6-26x^3y^3-27y^6$
- (4)* $(x+y)^3-1$
- (5) $a^3+(b-2c)^3$
- (6) $(a+b)^3-(a-b)^3$

[Level Up]

レベルアップ

14 次の式を展開せよ。

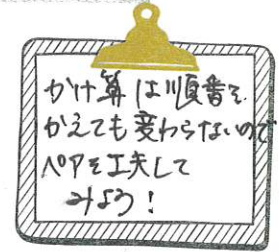
- (1) $(a+b)^2(a^2-ab+b^2)^2$
- (2) $(2x+3)^3(2x-3)^3$
- (3) $(2a+b-c)^3$
- (4) $(x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)$

15 次の式を因数分解せよ。

- (1) x^3-3x^2+3x-1
- (2) $27x^3+54x^2+36x+8$

16 次の式を因数分解せよ。

- (1) x^4-xy^3
- (2) $16x^4+2xy^3$
- (3)* $x^3+y^3+3y^2+3y+1$
- (4) $x^3+y^3+z^3+3y^2z+3yz^2$



16 因数分解の鉄則!

共通項をくりだすと、次の手立が見えてくる 😊

例えば

(1) $x^4-xy^3 = x(x^3-y^3)$
 まだまだできる!

(2) $16x^4+2xy^3$

$= 2x(8x^3+y^3)$
 共通項をくりだすと
 $= 2x\{(2x)^3+y^3\}$

$A^3+B^3=(A+B)(A^2-AB+B^2)$ の方が 見えてきた?!



12 $A^3-B^3=(A-B)(A^2+AB+B^2)$
 $A^3+B^3=(A+B)(A^2-AB+B^2)$ を利用!

数Ⅱ 休業中課題 ③ WIDE用1-1 (数Ⅱ提出分) に途中式も含めて解いていきます。

例題

3次式の因数分解

1 $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $y = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ のとき、次の式の値を求めよ。

(1) $x^2 + y^2$ (2) $x^3 + y^3$ (3) $x^5 + y^5$

解 $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$
 $= \frac{\sqrt{2}-1}{2-1}$
 $= \sqrt{2}-1$

$y = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$
 $= \frac{\sqrt{2}+1}{2-1}$
 $= \sqrt{2}+1$

よって

$x+y = (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{2}+1) = 2\sqrt{2}$

$xy = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 2-1 = 1$

(1) $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$
 $= (2\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 1 = 6$

(2) $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$
 $= (2\sqrt{2})^3 - 3 \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2}$
 $= 10\sqrt{2}$

(3) $(x^2 + y^2)(x^3 + y^3)$
 $= x^5 + y^5 + x^2y^3 + x^3y^2$
 であるから
 $x^5 + y^5$
 $= (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^3 - x^3y^2$
 $= (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - (xy)^2(x+y)$
 $= 6 \cdot 10\sqrt{2} - 1^2 \cdot 2\sqrt{2} = 58\sqrt{2}$

この分野は **対称式の性質** と **指数の性質** を使って解いていく応用問題です。

例題1

(*) $\begin{cases} \circ A^2 + B^2 = (A+B)^2 - 2AB \\ \circ A^3 + B^3 = (A+B)^3 - 3AB(A+B) \end{cases}$

これらを解くためには **和** $A+B$

積 AB の値が必要となります。

和 $x+y = \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

このままでは解けない... のぞ **① 分母の有理化**
 または

② 通分 をして求めよう。

$x = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \boxed{\sqrt{2}-1}$

$y = \boxed{\quad}$ として $x+y = \boxed{\quad}$

積 $xy = \boxed{\quad}$ と公式(*) を使ってといておこう

(3) $x^5 + y^5 \rightarrow (x^2 + y^2)(x^3 + y^3)$ からいらぬものを除けばよい。