数学A　　課題プリント　　※1 / 26 以降の授業で提出して下さい。　　1年（　　）組（　　）番　名前（ 解答例 ）

余りが0となるまでくりかえす！

求め方はいろいろあってOK

1 次の2つの整数の最大公約数 G を，互除法を用いて求めよ。

(1) 767, 221

8　2　3
13) 104) 221) 767
104　208　663
0　13　104

∴ $G=13$

(2) 2173, 901

3　2　2　2
53) 159) 371) 901) 2173
159　318　742　1802
0　53　159　371

∴ $G=53$

(1) 408, 119

3　2　3
17) 51) 119) 408
51　102　357
0　17　51

∴ $G=17$

(2) 568, 213

2　1　2
71) 142) 213) 568
142　142　426
0　71　142

∴ $G=17$

(3) 322, 155

11　1　12　2
1) 11) 12) 155) 322
11　11　144　310
0　1　11　12

∴ $G=1$

ということは…
322と155は互いに素である。
※互いに素⇔最大公約数が1
（約数が1しかない数の関係）

(4) 608, 171

4　1　1　3
19) 76) 95) 171) 608
76　76　95　513
0　19　76　95

∴ $G=19$

2 次の方程式を満たす整数 x, y の組を1つ求めよ。①暗算 ②ユークリッド互除法

(1) $5x+9y=1$

$(x,y)=(2,-1)$

5の段と9の段で差が1となるものを考える

$5x=10$, $9y=-9$
となればOKなので
$x=2$, $y=-1$

(2) $3x-7y=1$

$(x,y)=(5,2)$

(3) $6x-11y=4$　4倍

$6x-11y=1$ の特殊解は
$(x,y)=(2,1)$ なので
4倍して、$(x,y)=(8,4)$

(4) $15x+8y=-3$　-3倍

$15x+8y=1$ の特殊解は
$(x,y)=(-1,2)$ なので
-3倍して
$(x,y)=(3,-6)$

(1) $17x+14y=1$

$17=14\times1+3$
$14=3\times4+2$
$3=2\times1+1$ …(*)
$17=A$, $14=B$ とおくと $Ax+By=1$
$A=B\times1+3$　∴ $3=A-B$
$B=(A-B)\times4+2$
∴ $2=-4A+5B$
(*)に代入
$A-B=(-4A+5B)\times1+1$
∴ $5A-6B=1$ つまり $A\times5+B\times(-6)=1$
∴ $(x,y)=(5,-6)$

(2) $24x+19y=1$

$24=19\times1+\boxed{5}$
$19=5\times3+\boxed{4}$
$5=\boxed{4}\times1+1$ …(*)
$24=A$, $19=B$ とおくと、
$A=B\times1+5$　∴ $5=A-B$
$B=(A-B)\times3+\boxed{4}$
∴ $\boxed{4}=-3A+4B$
*に代入すると
$A-B=(-3A+4B)\times1+1$

$4A-5B=1$
∴ $A\times4+B\times(-5)=1$
よって、
$(x,y)=(4,-5)$

(3) $52x-37y=1$

$52=37\times1+15$
$37=15\times2+7$
$15=7\times2+1$ …(*)
$52=A$, $37=B$ とおくと
$A=B\times1+15$　∴ $15=A-B$
$B=(A-B)\times2+\boxed{7}$
∴ $\boxed{7}=-2A+3B$
(*)に代入すると
$(A-B)=(-2A+3B)\times2+1$
$5A-7B=1$

$Ax-By=1$
$A\times5-B\times7=1$
よって
$(x,y)=(5,7)$

(4) $43x+16y=2$

$43x+16y=1$ で考えてから2倍する。

$43=16\times2+\boxed{11}$
$16=\boxed{11}\times1+5$
$\boxed{11}=5\times2+1$ …(*)
$43=A$, $16=B$ とおくと
$A=B\times2+\boxed{11}$
∴ $\boxed{11}=A-2B$
$B=(A-2B)\times1+5$
∴ $5=-A+3B$

(*)に代入して
$A-2B=(-A+3B)\times2+1$
∴ $3A-8B=1$
$A\times3+B\times(-8)=1$
$43x+16y=1$ をみたす特殊解は
$(x,y)=(3,-8)$ なので
2倍して
$(x,y)=(6,-16)$ となる。

3 次の等式 $3x-7y=1$ の整数解をすべて求めよ。

(解) $3x-7y=1$ を満たす整数解の1つは、
$(x,y)=(5,2)$ である。
$3x-7y=1$ …①
$3\times5-7\times2=1$ …②
①−②より $3(x-5)-7(y-2)=0$
∴ $3(x-5)=7(y-2)$
3と7は互いに素なので、n:整数とすると、
$x-5=7n$, $y-2=3n$
したがって求める整数解は $\begin{cases} x=7n+5 \\ y=3n+2 \end{cases}$ (n:整数) となる。